

第3讲二次函数（练习）

一、二次函数图象性质

1. 下列关于二次函数 $y = 2x^2$ 的说法正确的是（ ）.

- A. 它的图象经过点 $(-1, -2)$ B. 它的图象的对称轴是直线 $x = 2$
C. 当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小 D. 当 $x = 0$ 时, y 有最大值为0

【答案】 C

【解析】 A 选项：它的图象经过点 $(-1, 2)$, 故A错 .

B 选项：它的图象的对称轴为 $x = 0$ (y 轴), 故B错 .

C 选项：当 $x < 0$ 时, y 随 x 的增大而减小, C对 .

D 选项：当 $x = 0$ 时, y 有最小值为0, D错 .
故选 C .

【标注】【知识点】二次函数 $y=ax^2$ 的图象和性质

2. 对于抛物线 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 + 3$, 下列结论：

①抛物线的开口向下, ②对称轴为直线 $x = 1$, ③顶点坐标为 $(-1, 3)$; ④ $x > 1$ 时, y 随 x 的增大而减小, 其中正确结论的个数为（ ）.

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

【答案】 C

【解析】 ① $\because a = -\frac{1}{2} < 0$,

$\therefore$ 抛物线的开口向下, 正确;

②对称轴为直线 $x = -1$, 故本小题错误,

③顶点坐标为 $(-1, 3)$, 正确;

④ $\because x > -1$ 时, y 随 x 的增大而减小,

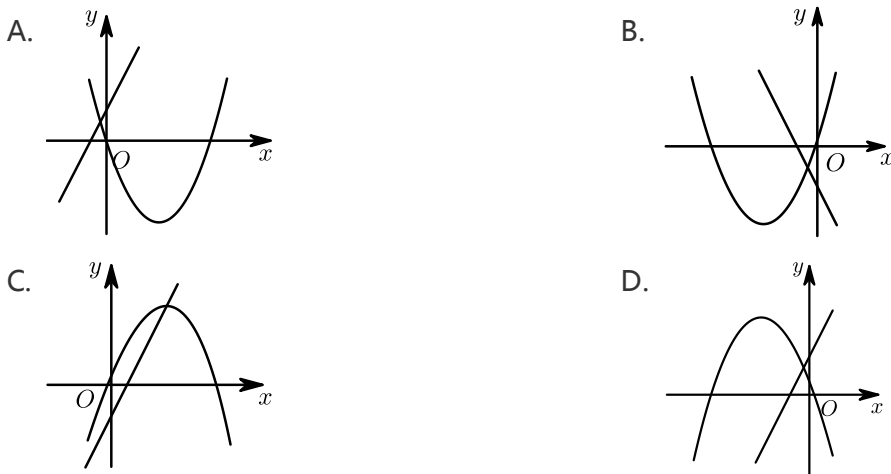
$\therefore x > 1$ 时, y 随 x 的增大而减小一定正确;

综上所述，结论正确的个数是①③④共3个．

故选C．

【标注】【知识点】二次函数 $y=a(x-h)^2+k$ 的图象和性质

3. 在同一平面直角坐标系中，函数 $y=ax^2+bx$ 与 $y=bx+a$ 的图象可能是（ ）．



【答案】C

【解析】A．对于直线 $y=bx+a$ 来说，由图象可以判断， $a>0$ ， $b>0$ ；而对于抛物线 $y=ax^2+bx$ 来说，对称轴 $x=-\frac{b}{2a}<0$ ，应在y轴的左侧，故不合题意，图形错误．

B．对于直线 $y=bx+a$ 来说，由图象可以判断， $a<0$ ， $b<0$ ；而对于抛物线 $y=ax^2+bx$ 来说，图象应开口向下，故不合题意，图形错误．

C．对于直线 $y=bx+a$ 来说，由图象可以判断， $a<0$ ， $b>0$ ；而对于抛物线 $y=ax^2+bx$ 来说，图象开口向下，对称轴 $x=-\frac{b}{2a}>0$ 位于y轴右侧，故符合题意．

D．对于直线 $y=bx+a$ 来说，由图象可以判断， $a>0$ ， $b>0$ ；而对于抛物线 $y=ax^2+bx$ 来说，图象开口向下， $a<0$ ，故不合题意，图形错误．

二、二次函数的解析式

4. 已知二次函数 $y=-x^2+2x+4$ ，则下列关于这个函数图象和性质的说法，正确的是（ ）．

A. 图象的开口向上

B. 图象的顶点坐标是(1, 3)

C. 当 $x<1$ 时，y随x的增大而增大

D. 图象与x轴有唯一交点

【答案】C

【解析】 $\because y = -x^2 + 2x + 4 = -(x-1)^2 + 5$,

$\therefore$ 抛物线的开口向下, 顶点坐标为 $(1, 5)$, 抛物线的对称轴为直线 $x = 1$, 当 $x < 1$ 时, y 随 x 的增大而增大,

令 $y = 0$, 则 $-x^2 + 2x + 4 = 0$,

解方程得 $x_1 = 1 + \sqrt{5}$, $x_2 = 1 - \sqrt{5}$,

$\therefore \Delta = 4 - 4 \times (-1) \times 4 = 20 > 0$,

$\therefore$ 抛物线与 x 轴有两个交点.

故选C.

【标注】【知识点】二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的增减性

5. 一抛物线和抛物线 $y = -2x^2$ 的开口大小、开口方向完全相同, 顶点坐标是 $(-1, 3)$, 则该抛物线的解析式为().

A. $y = -2(x-1)^2 + 3$ B. $y = -2(x+1)^2 + 3$ C. $y = -(2x+1)^2 + 3$ D. $y = -(2x-1)^2 + 3$

【答案】B

【解析】开口大小、开口方向完全相同, 即二次项系数为 -2 , 又顶点坐标是 $(-1, 3)$, 故该抛物线的解析式为 $y = -2(x+1)^2 + 3$.

故选B.

【标注】【知识点】二次函数顶点式

6. 把二次函数 $y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 3$ 用配方法化成 $y = a(x-h)^2 + k$ 的形式().

A. $y = -\frac{1}{4}(x-2)^2 + 2$

B. $y = \frac{1}{4}(x-2)^2 + 4$

C. $y = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 4$

D. $y = \left(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right)^2 + 3$

【答案】C

【解析】 $y = -\frac{1}{4}(x^2 + 4x) + 3$
 $= -\frac{1}{4}(x^2 + 4x + 4 - 4) + 3$
 $= -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 4.$

【标注】【知识点】二次函数解析式间转化

7. 抛物线的顶点为 $(1, -4)$ ，与 y 轴交于点 $(0, -3)$ ，则抛物线的解析式为 _____ .

【答案】 $y = x^2 - 2x - 3$

【解析】 已知顶点，可设顶点式为 $y = a(x - 1)^2 - 4$ ，将点 $(0, -3)$ 代入得 $a = 1$ ，化简得 $y = x^2 - 2x - 3$.

【标注】 【知识点】二次函数顶点式

8. 将二次函数 $y = x^2 - 2x - 8$ 化为交点式，则 $y =$ _____ ，与 x 轴交于点 _____ .

【答案】 $(x - 4)(x + 2)$; $(4, 0)$, $(-2, 0)$

【解析】 $y = x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2)$ ，与 x 轴交于 $(4, 0)$, $(-2, 0)$.

【标注】 【知识点】二次函数解析式间转化

9. 填写下列各题：

(1) 抛物线 $y = 3x^2 + 3$ 的顶点坐标为 _____ ，对称轴为 _____ .

当 x _____ 时， y 随 x 的增大而减小；当 $x =$ _____ 时， y 有最 _____ 值是 _____ .

(2) 抛物线 $y = 3(x - 2)^2$ 的开口方向是 _____ ，顶点坐标为 _____ ，对称轴是 _____ .

当 x _____ 时， y 随 x 的增大而增大；当 $x =$ _____ 时， y 有最 _____ 值是 _____ .

(3) 抛物线 $y = 3(x - 2)^2 + 1$ 的开口方向是 _____ ，顶点坐标为 _____ ，对称轴是 _____ .

当 x _____ 时， y 随 x 的增大而增大；当 $x =$ _____ 时， y 有最 _____ 值是 _____ .

(4) 抛物线 $y = x^2 - x - 2$ 的顶点坐标为 _____ ，当 $x =$ _____ 时， y 有最 _____ 值

是 _____ ，与 x 轴的交点坐标是 _____ ，与 y 轴的交点坐标是 _____ ，当 x

_____ 时， y 随 x 增大而减小，当 x _____ 时， y 随 x 增大而增大 .

【答案】 (1) $(0, 3)$; y 轴 ; < 0 ; 0 ; 小 ; 3

(2) 向上 ; $(2, 0)$; 直线 $x = 2$; > 2 ; 2 ; 小 ; 0

(3) 向上 ; $(2, 1)$; 直线 $x = 2$; > 2 ; 2 ; 小 ; 1

(4) $\left(\frac{1}{2}, -\frac{9}{4}\right)$; $\frac{1}{2}$; 小 ; $-\frac{9}{4}$; $(-1, 0)$ 和 $(2, 0)$; $(0, -2)$; $< \frac{1}{2}$; $> \frac{1}{2}$

【解析】 (1) 由 $y = 3x^2 + 3 = 3(x - 0)^2 + 3$ 知顶点坐标为 $(0, 3)$ ，对称轴为 $x = 0$ ，即 y 轴，当 $x < 0$ 时 y 随 x 增大而减小，当 $x = 0$ 时， y 有最小值是 3 .

(2) $y = 3(x-2)^2$, $a > 0$, 故开口向上, 顶点坐标 $(2, 0)$, 对称轴 $x = 2$,

当 $x > 2$ 时, y 随 x 增大而增大, 当 $x = 2$ 时, y 有最小值是0.

(3) $y = 3(x-2)^2 + 1$, 开口方向向上, 顶点坐标 $(2, 1)$, 对称轴为 $x = 2$,

当 $x > 2$ 时, y 随 x 增大而增大, 当 $x = 2$ 时, y 有最小值1.

(4) 略.

【标注】【知识点】二次函数一般式

【知识点】二次函数顶点式

10. 已知一个二次函数过 $(0, 0)$ 、 $(-1, 11)$ 、 $(1, 9)$ 三点, 则二次函数的解析式为().

A. $y = 12x^2 - x$ B. $y = 12x^2 - 2x$ C. $y = 10x^2 - 2x$ D. $y = 10x^2 - x$

【答案】D

【解析】设二次函数的解析式为: $y = ax^2 + bx + c$,

$\therefore$ 函数图象经过 $(0, 0)$ 、 $(-1, 11)$ 、 $(1, 9)$ 三点,

$$\therefore \begin{cases} 0 = c \\ 11 = a - b + c \\ 9 = a + b + c \end{cases}, \text{解此方程组得: } \begin{cases} a = 10 \\ b = -1 \\ c = 0 \end{cases}.$$

$\therefore$ 二次函数的解析式为 $y = 10x^2 - x$.

【标注】【知识点】二次函数一般式

11. 根据条件求二次函数的解析式.

(1) 二次函数的图象经过点 $(-1, 0)$, $(3, 0)$, 且最大值是3.

(2) 已知抛物线过点 $A(-1, 0)$, $B(0, 6)$, 对称轴为直线 $x = 1$.

【答案】(1) $y = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}$.

(2) $y = -2x^2 + 4x + 6$.

【解析】(1) 设抛物线的解析式为 $y = a(x+1)(x-3)$, ($a \neq 0$), 且点 $(1, 3)$ 在抛物线上, 代入得 $a = -\frac{3}{4}$, 所以所求抛物线的解析式为 $y = -\frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + \frac{9}{4}$.

(2) $\therefore$ 对称轴 $x = 1$, $\therefore$ 抛物线与 x 轴的另一个交点为 $(3, 0)$, 设抛物线的解析式为 $y = a(x+1)(x-3)$, $a \neq 0$, 点 $B(0, 6)$ 在抛物线上, 代入得 $a = -2$, 所以所求抛物线的解析式为 $y = -2x^2 + 4x + 6$.

【标注】【知识点】二次函数双根式(交点式)

三、二次函数的几何变换

12. 把抛物线 $y = -x^2$ 向左平移1个单位，然后向上平移3个单位，则平移后抛物线的解析式为（ ）.
- A. $y = -(x-1)^2 - 3$ B. $y = -(x+1)^2 - 3$ C. $y = -(x-1)^2 + 3$ D. $y = -(x+1)^2 + 3$

【答案】D

【解析】方法一：当 $y = -x^2$ 向左平移1单位时，顶点由原来的 $(0, 0)$ 变为 $(-1, 0)$ ，

当向上平移3个单位时，顶点变为 $(-1, 3)$ ，

则平移后抛物线的解析为 $y = -(x+1)^2 + 3$.

方法二： $y = -x^2$ 向左平移一个单位得到 $y = -(x+1)^2$ 再向上平移3个单位为

$y = -(x+1)^2 + 3$.

故选D .

【标注】【知识点】二次函数平移变换

13. 二次函数 $y = x^2 + 4x + 3$ 的图象可以由二次函数 $y = x^2$ 的图象平移得到，下列平移正确的是（ ）.
- A. 先向右平移2个单位，再向上平移1个单位 B. 先向右平移2个单位，再向下平移1个单位
- C. 先向左平移2个单位，再向上平移1个单位 D. 先向左平移2个单位，再向下平移1个单位

【答案】D

【解析】二次函数 $y = x^2 + 4x + 3 = (x+2)^2 - 1$ ，将 $y = x^2$ 向左平移2个单位，再向下平移1个单位得到二次函数 $y = x^2 + 4x + 3$.

故选：D .

【标注】【知识点】二次函数平移变换

14. 在直角坐标系中，抛物线 y_1 与抛物线 y_2 关于 y 轴对称，抛物线 y_2 与抛物线 y_3 关于 x 轴对称，且 $y_3 = ax^2 + bx + c$ ，则抛物线 y_1 的解析式是（ ）.
- A. $y_1 = -ax^2 + bx + c$ B. $y_1 = -ax^2 - bx + c$ C. $y_1 = -ax^2 - bx - c$ D. $y_1 = -ax^2 + bx - c$

【答案】D

【解析】 $\because y_3 = ax^2 + bx + c$ ，抛物线 y_2 与抛物线 y_3 关于 x 轴对称.

$\therefore$ 可得：抛物线 y_2 的解析式为 $y_2 = -ax^2 - bx - c$ ，

又抛物线 y_1 与抛物线 y_2 关于 y 轴对称

$\therefore$ 可得： $y_1 = -ax^2 + bx - c$

故选D.

【标注】【知识点】二次函数图象关于坐标轴对称

15. 已知抛物线 $y = 2x^2 - 4x + 5$.

- (1) 直接写出它的关于 x 轴对称的抛物线的解析式(用一般式表示).
- (2) 直接写出它的关于 y 轴对称的抛物线的解析式(用一般式表示).
- (3) 直接写出它的关于原点对称的抛物线的解析式(用一般式表示).
- (4) 直接写出将它绕其顶点旋转 180° 后所得到的抛物线的解析式(用一般式表示).

【答案】(1) $y = -2x^2 + 4x - 5$.

(2) $y = 2x^2 + 4x + 5$.

(3) $y = -2x^2 - 4x - 5$.

(4) $y = -2x^2 + 4x + 1$.

【解析】(1) 抛物线关于 x 轴对称的抛物线解析式，可知 x 不变， y 变为 $-y$ ，

即可得： $y = 2x^2 - 4x + 5 \Rightarrow y = -2x^2 + 4x - 5$.

(2) 抛物线关于 y 轴对称的抛物线解析式，可知 y 不变， x 变为 $-x$ ，

$y = 2(-x)^2 - 4(-x) + 5 = 2x^2 + 4x + 5$.

(3) 抛物线关于轴对称的抛物线解析式，横纵坐标均为相反数，

$-y = 2(-x)^2 - 4(-x) + 5 = 2x^2 + 4x + 5$ ，

$y = -2x^2 - 4x - 5$.

(4) 抛物线绕顶点旋转 180° ，开口方向相反，对称轴即顶点不变.

$y = -2x^2 + 4x + 1$.

【标注】【知识点】二次函数图象关于坐标轴对称

16. 已知二次函数 $y = -x^2 + 3x - 2$ ，求：

- (1) 与此二次函数关于直线 $x = 1$ 对称的二次函数解析式为 _____.
- (2) 与此二次函数关于直线 $y = -4$ 对称的二次函数解析式为 _____.

【答案】(1) $y = -x^2 + x$

(2) $y = x^2 - 3x - 6$

【解析】(1) $y = -x^2 + 3x - 2$ 上一点 $A(x, y)$ 关于直线 $x = 1$ 的对称点 $B(2 - x, y)$;

用 $B(2 - x, y)$ 替换得新函数 $y = -(2 - x)^2 + 3(2 - x) - 2$,

整理可得 $y = -x^2 + x$.

故答案为 : $y = -x^2 + x$.

(2) $y = -x^2 + 3x - 2$ 上一点 $A(x, y)$ 关于直线 $y = -4$ 的对称点 $B(x, -8 - y)$;

用 $B(x, -8 - y)$ 替换得新函数 $-8 - y = -x^2 + 3x - 2$;

整理可得 $y = x^2 - 3x - 6$.

故答案为 : $y = x^2 - 3x - 6$.

【标注】【知识点】二次函数关于平行坐标轴的直线对称

四、二次函数与方程、不等式

17. 若抛物线 $y = 2x^2 - 3x - k$ 与 x 轴没有交点, 则 k 的取值范围为 () .

A. $k \leq -\frac{9}{8}$

B. $k < -\frac{9}{8}$

C. $k \geq -\frac{9}{8}$ 且 $k \neq 0$

D. $k > -\frac{9}{8}$ 且 $k \neq 0$

【答案】B

【解析】抛物线与 x 轴无交点,

$$\therefore \Delta = b^2 - 4ac < 0,$$

$$\therefore (-3)^2 - 4 \times 2 \times (-k) < 0,$$

$$\text{即 } 9 + 8k < 0,$$

$$\text{解得 } k < -\frac{9}{8}.$$

【标注】【知识点】二次函数与坐标轴交点

18. 已知二次函数 $y = x^2 - 4x + m$ (m 为常数) 的图象与 x 轴的一个交点为 $(1, 0)$, 则关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 的两个实数根是 () .

A. $x_1 = 1, x_2 = -1$

B. $x_1 = -1, x_2 = 2$

C. $x_1 = -1, x_2 = 0$

D. $x_1 = 1, x_2 = 3$

【答案】D

【解析】 $\because$ 二次函数 $y = x^2 - 4x + m$ (m 为常数)的图象与 x 轴的一个交点为 $(1, 0)$,

$\therefore$ 关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 的一个根是 $x = 1$.

$\therefore$ 设关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 的另一根是 t .

$\therefore 1 + t = 4$,

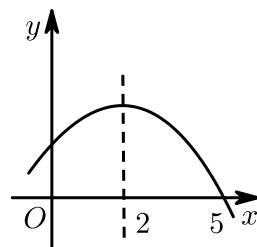
解得 $t = 3$.

即方程的另一根为3.

故选D.

【标注】【知识点】二次函数与一元二次方程的关系

19. 如图是二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的部分图象, 由图象可知不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集是 () .



A. $-1 < x < 5$

B. $x > 5$

C. $x < -1$

D. $x < -1$ 或 $x > 5$

【答案】A

【解析】 $\because$ 抛物线的对称轴是直线 $x = 2$, 与 x 轴的一个交点坐标是 $(5, 0)$,

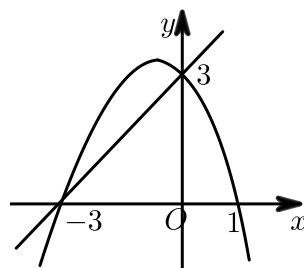
$\therefore$ 另一个交点坐标是 $(-1, 0)$,

又 $\because$ 抛物线开口向下,

$\therefore$ 不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集是 $-1 < x < 5$.

【标注】【知识点】利用二次函数解不等式问题

20. 二次函数 $y_1 = ax^2 + bx + c$ 与一次函数 $y_2 = mx + n$ 的图象如图所示, 则满足 $ax^2 + bx + c > mx + n$ 的 x 的取值范围是 () .



A. $-3 < x < 0$

B. $x < -3$ 或 $x > 0$

C. $x < -3$

D. $0 < x < 3$

【答案】 A

【解析】 由图可知， $-3 < x < 0$ 时二次函数图象在一次函数图象上方，所以，满足

$ax^2 + bx + c > mx + n$ 的 x 的取值范围是 $-3 < x < 0$.

故选：A .

【标注】【知识点】利用二次函数解不等式问题